

ΟΡΙΟ-ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ασκήσεις προς λύση

Συναρτήσεις

3.1. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$, β) $g(x) = \sqrt{1-|x|}$

γ) $h(x) = \ln(x^2-1)$, δ) $\phi(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{e^x-1}$

3.2. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f(x) = \frac{f(x+1)}{x}$, για κάθε $x \neq 0$ και επιπλέον $f(4)=12$, να υπολογιστεί η τιμή $f(2)$.

3.3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=3x+2$. Να βρεθούν τα: $f(4)$, $f(t)$, $f(2x)$, $f(-4x)$, $f(x^2)$, $f(\sqrt{x})$, $f(3x+1)$ και $f(s+t)$.

3.4. Αν $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x \geq 3 \\ x+1, & 1 < x < 3 \\ x^2-1, & x \leq 1 \end{cases}$, τότε η

παράσταση $K = f(0) + f(2) + f(3)$ είναι ίση με:
Α: 4, Β: 6, Γ: 5, Δ: 8, Ε: 7

3.5. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x \geq 2 \\ |x+2|, & x < 2 \end{cases}, \text{ καθώς και η}$$

$g(x)=2x-1+\lambda$. Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε $(f+g)(2)=8$.

3.6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x+2}{2x+1}$.

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.
- β) Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση δεν παίρνει την τιμή $\frac{3}{2}$.
- γ) Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f .

3.7. Αν για την πραγματική συνάρτηση f ισχύει $f(2x+3)=3x+2$, τότε το $f(0)$ είναι ίσο με:

Α: $-\frac{5}{2}$, Β: $-\frac{3}{2}$, Γ: $-\frac{1}{2}$, Δ: 0, Ε: $\frac{2}{3}$

3.8. Να σχεδιαστεί η συνάρτηση $f(x)=\sin x$, με $x \in [-\pi, \pi]$. Στη συνέχεια με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της $f(x)$ να σχεδιαστεί η $g(x) = |\sin x| - 1$.

3.9. Αν $f\left(\frac{ax-\beta}{\beta x-a}\right) = x^2+x+1$ με $a \neq \beta$,

να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης: $K=f(-1)+f(1)$.

3.10. Να βρεθούν οι συναρτήσεις $f+g$ και fg στις περιπτώσεις:

α) $f(x) = x^2$, $g(x) = x - x^2$,

β) $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

3.11. α. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$, ii. $g(x) = \sqrt{e^x-1}$

β. Να βρεθούν τα σημεία (αν υπάρχουν) στα οποία η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ και η C_g τέμνει τον άξονα $y'y$.

3.12. Η αξία σε χιλιάδες ευρώ ενός αυτοκινήτου μετά από t χρόνια κυκλοφορίας δίνεται από τη συνάρτηση:

$$f(t) = 8e^2 e^{\left(\frac{-t+8}{4}\right)}, t \geq 0$$

α) Να υπολογιστεί η αξία του αυτοκινήτου την πρώτη ημέρα της κυκλοφορίας του.

β) Μετά από πόσα χρόνια το αυτοκίνητο θα έχει τη μισή αξία της αρχικής του; (Δίνεται ότι $\ln 2 \cong 0,7$).

3.13. Για τη συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ γνωρίζουμε ότι: $f(x^2-x) = x^2 + x + 3$ (1)
Να υπολογιστεί το $f\left(-\frac{1}{4}\right)$.

3.14. Δίνεται η συνάρτηση $f: [0,2] \rightarrow R$ με $f(x) = x(x-2)$.

- α) Να βρεθούν οι τιμές $f(0)$, $f(1)$ και $f(2)$.
β) Να δειχθεί ότι η $f(x) \leq 0$ για κάθε x του πεδίου ορισμού της.
γ) Να δειχθεί ότι η $f(x) = (x-1)^2 - 1$ και στη συνέχεια να δειχθεί ότι το σύνολο τιμών της f είναι το $f(A) = [-1, 0]$.
δ) Να γίνει η γραφική παράσταση της f .
ε) Να βρεθούν οι τιμές του x με: $f(x) = 0$ και $f(x) = -\frac{3}{4}$

3.15. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x$. Να βρεθεί ο $x \in R$, ώστε $f(x^2) = f(2x+8)$.

3.16. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x$. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ισότητες:

- α) $10^{f(A^2)} = A^2$, β) $10^{-f(p)} = \frac{1}{p}$, $p > 0$
γ) $f(A^2) - f(B^2) + f(B) - f(A) = f\left(\frac{A}{B}\right)$ όπου $A, B > 0$.

3.17. Δίνεται η συνάρτηση $g(\theta) = \sin \theta - \eta \mu 2\theta$.

- α) Να βρεθούν οι τιμές $g(0)$ και $g(\pi)$.
β) Για ποιες τιμές της γωνίας $\theta \in [0, 2\pi]$ είναι $g(\theta) = 0$;

3.18. Έστω η συνάρτηση $f(x) = 4x + 1$.

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της και τα σημεία που η C_f τέμνει τους άξονες. Στη συνέχεια να παρασταθεί γραφικά η f .
β) Να βρεθεί για ποιο x ισχύει $f(x) = -7$.
γ) Να αποδειχθεί ότι αν $f(x) = y$, τότε $x = \frac{1}{4}(y-1)$.

δ) Ποιο είναι το σύνολο των τιμών της f ; Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση $y = \frac{1}{4}(x-1)$; Τι παρατηρείτε;

3.19. Αν $f(x) = 3^{2x-99}$, τότε το $\frac{f(x+1)}{f(x-2)}$ ισούται

με:

A. 64, B. 127, Γ. 243, Δ. 625, E. 729.

3.20. Αν $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x}$, να βρεθεί η συνάρτηση g με $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)$.

Όριο-συνέχεια συνάρτησης

3.21. Να βρεθούν τα όρια:

- α. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x + 3)$, β. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 3}{2x}$
γ. $\lim_{x \rightarrow 6} (\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3})$, δ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sqrt{3} \eta \mu 2x - \sigma \upsilon \nu 2x)$

3.22. Αν $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$ και $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1$,

να υπολογιστούν τα όρια:

- α. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + g(x)}{f(x) \cdot g(x)}$,
β. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2g(x) + f(x)}{2000g(x) - 2f(x)}$

3.23. Να υπολογιστούν τα όρια:

- α. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$,
β. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$,
γ. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x - 1}$

3.24. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} (3f(x) - 3x^2 + 7) = 3$, να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

3.25. Να μελετηθεί ως προς τη συνέχεια στο $x_0 = 4$ η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 8}{x - 4}, & x \neq 4 \\ 6, & x = 4 \end{cases}$$

3.26. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}, & x \neq -5 \\ a^2 + a - 9, & x = -5 \end{cases}. \text{ Να βρεθεί ο}$$

α, ώστε η f να είναι συνεχής στο -5 .

3.27. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ και $g(x) = 3^x$, τότε

το $L = \lim_{x \rightarrow 2} [4f(x) - g(x)]$ ισούται με:

Α. -5 , Β. 0 , Γ. 3 , Δ. 10 , Ε. 20

3.28. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο \mathbb{R} και ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot f(x) - f(x)}{x^2 - 1} = 1$, να βρεθεί η τιμή $f(1)$.

3.29. Δίνεται η συνάρτηση f ορισμένη και συνεχής στο \mathbb{R} και για την οποία ισχύει $(\sqrt{x+2} - 3) \cdot f(x) = x - 7$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί η τιμή $f(7)$.

3.30. Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 3 - \lambda x^2, & \alpha\nu \ x > 1 \\ x + 1, & \alpha\nu \ x \leq 1 \end{cases} \text{ να έχει όριο}$$

στο $x_0 = 1$.

3.31. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha x + \beta, & \alpha\nu \ x \in [0, 2] \\ x^2 + 1, & \alpha\nu \ x \in (2, 3] \\ 2\alpha x - 3\beta, & \alpha\nu \ x \in (3, 4] \end{cases} \text{ να}$$

έχει όριο στα σημεία $x_1 = 2$ και $x_2 = 3$.

3.32. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & \alpha\nu \ x > 1 \\ \frac{3x^2 - 10x + 8}{x - 2}, & \alpha\nu \ x \in [1, 2) \end{cases} \text{ Να}$$

βρείτε το όριο της f στο 1 και στο 2 .

3.33. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$

β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x+1} - x + 1}$

3.34. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3x + 4)$

β) $\lim_{x \rightarrow -1} (ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta)$

γ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (x^4 - 2x^3 + 1)$

δ) $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2 - x + 1}$

ε) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2 - \sqrt[3]{x^2 + 1})$

στ) $\lim_{x \rightarrow -1} |x^4 - 5x^2 + 4|$

3.35. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - \sqrt{x}, & \alpha\nu \ x \geq 1 \\ 2x - 1, & \alpha\nu \ x < 1 \end{cases} \text{ έχει όριο}$$

στο $x_0 = 1$.

3.36. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \alpha\nu \ x \leq 1 \\ ax^2 - a^2x + 7, & \alpha\nu \ x > 1 \end{cases} \text{ έχει}$$

όριο στο $x_0 = 1$.

3.37. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \alpha}{x + 1}, & \alpha\nu \ x \geq 0 \\ \beta + 2\sqrt{x^2 + 1}, & \alpha\nu \ x < 0 \end{cases} \text{ να έχει}$$

όριο στο σημείο x_0 και η γραφική της παράσταση να διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$.

3.38. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 1}{x^2 - 1}$

β) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 - x + 1}{2x - 3}$

$$\nu) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 1}{|x| + 1}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 2x| + x - 1}{3x - 2}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - |x|}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

$$\sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x+2| - |x-2|}{|x+2| + |x-2|}$$

3.39. Να βρείτε τα παρακάτω όρια :

$$a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{x + 2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 1}$$

$$\nu) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 - 6x + 2}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3} \quad (a \neq 0)$$

3.40. Να βρείτε τα όρια:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x + 2}{|x| - 2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x + 2 - |x - 2|}{x - 2}$$

$$\nu) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1 + |x^2 - x|}{x^2 - 1}$$

3.41. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x + 1}{|x - 1|}, & \alpha\nu \quad x \neq 1 \\ 1, & \alpha\nu \quad x = 1 \end{cases} \text{ δεν έχει}$$

όριο στο σημείο $x_0=1$

3.42. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \alpha\nu \quad x \leq 1 \\ \frac{x^2 + \lambda x - 1}{x + 1}, & \alpha\nu \quad x > 1 \end{cases}$$

α) να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η f να έχει όριο στο $x_0=1$. β) Για την παραπάνω τιμή του λ , να βρείτε το

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x), \quad \text{όταν} \quad g(x) = \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

3.43. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\nu) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{ax} - x}{x - a} \quad a > 0$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$$

3.44. Να βρείτε τα πλευρικά όρια της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{|x-3|}$ στο σημείο $x_0=3$.

3.45. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5x + 2}, & \alpha\nu \quad x \in [0, 2] \\ \frac{9}{8}x + \frac{7}{4}, & \alpha\nu \quad x \in (2, +\infty) \end{cases} \quad a)$$

Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ β) Να

εξετάσετε αν η συνάρτηση

$$g(x) = \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \text{ έχει όριο στο } x_0=2.$$

3.46. Να υπολογίσετε τα όρια:

$$i) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3(x - 2)}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2}{x^2 + 1}$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow 0} [(x+1)\sigma\upsilon\nu x]$$

iv) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

v) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$

vi) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$

3.47. Να δείξετε ότι:

i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$

ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \frac{1}{2}$

3.48. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{2(x^2 - 2x)}$

β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 3x}{3x + 1}$

γ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [(x^2 - 2)\sigma\upsilon\upsilon\chi + x^2 - 3x]$

δ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 27}{x^2 - 3x}$

ε) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5}$

στ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 2}$

3.49. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x}{2(x^2 - 5x)}$

β) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 3x}{3(x + 1)}$

3.50. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 - 7x}$

β) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2 - 10h + 9} - 3}{h}$

3.51. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^2 - 5x$ και $g(x) = 4x^2 - 3x + 1$. Να βρείτε:

α) Τα $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

β) Τα $\lim_{x \rightarrow 1} [-3f(x) + 2g(x)]$ και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

3.52. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4}, & \text{αν } x \neq 4 \\ 7, & \text{αν } x = 4 \end{cases}$$

Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της,

β) Το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ και

γ) Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής:

i) στο $x_0 = 5$ και ii) στο $x_0 = 4$

3.53. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$, αν

$x \neq 3$. Να βρείτε: α) Το πεδίο ορισμού της. β)

Το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ γ) Να εξετάσετε αν η f είναι

συνεχής i) στο $x_0 = 5$ και ii) στο $x_0 = 3$

3.54. Δίνεται συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ 1 - \lambda, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$$

Τότε:

α) Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής για $x \neq 1$

β) Βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$

3.55. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1}, & \text{αν } x \neq -1 \\ \lambda + 2, & \text{αν } x = -1 \end{cases}$$

Να

βρείτε: α) Το πεδίο ορισμού της. β) Το

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ γ) Το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η f να είναι

συνεχής στο \mathbb{R} .

3.56. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 + 3x - 10}$

3.57. Να βρεθεί το

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x - 1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{2}{x^2 - 2x} \right)$$

3.58. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$

3.59. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}$

3.60. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{\sqrt{x^2+5} - 3}$

3.61. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x^2-x}$

γ) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

δ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+3x+6}-4}{x^2-2x}$

ε) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{3x}}$

3.62. Να εξεταστεί ως προς τη συνέχεια η

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}, & x > 1 \\ \frac{1}{2}, & x = 1 \\ \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}, & x < 1 \end{cases}$$

3.63. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$, ώστε να είναι συνεχής στο \mathbb{R} η

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}, & x > 9 \\ a^2x+3a, & x \leq 9 \end{cases}$$

3.64. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$, ώστε να είναι συνεχής στο \mathbb{R} η

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1}, & x < 1 \\ a^2x-1, & x \geq 1 \end{cases}$$

3.65. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-10}{x+5}, & x \neq -5 \\ a^2+a-9, & x = -5 \end{cases}$$

ο a , ώστε η f να είναι συνεχής στο -5 .

3.66. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$, β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

γ) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{9-x}{3-\sqrt{x}}$, δ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{10-x}-3}$

3.67. Να βρείτε τα όρια :

α) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+h}-\sqrt{5}}{h}$

β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-6}$

γ) $\lim_{h \rightarrow 4} \frac{2xh-2xh+25h^2}{\sqrt{h}-5}$

δ) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2-3x+5)}{x^2+3x+2}$

3.68. Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3-x}-\sqrt{3}}{x}, & \alpha\nu x \neq 0 \\ 3a\sqrt{3}, & \alpha\nu x = 0 \end{cases}$$

είναι συνεχής στο 0 , να βρείτε την τιμή του a .

3.69. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-5x-2}{x-2}, & \alpha\nu x \neq 2 \\ a^2-a+5, & \alpha\nu x = 2 \end{cases}$$

τον a , ώστε η f να είναι συνεχής στο 2 .

3.70. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τη

συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x-1}, & x < 1 \\ -\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$